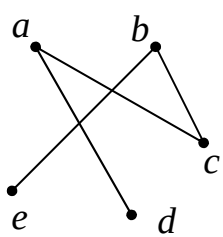
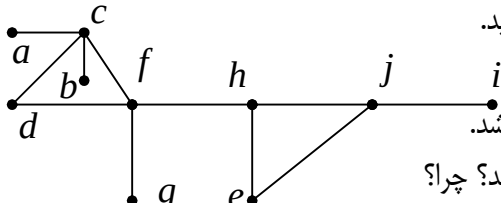


باسمه تعالی  
وزارت آموزش و پرورش

**نوبت دوم درس ریاضیات گسسته**

|  | مشخصات دانش آموز | مشخصات امتحان       | زمان امتحان    |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------------|----------------|
|                                                                                   | شماره ی کارت:    | درس: ریاضیات گسسته  | ساعت:          |
|                                                                                   | نام:             | رشته: ریاضی و فیزیک | روز و تاریخ:   |
|                                                                                   | نام خانوادگی:    | پایه: دوازدهم       | مدت: ۱۰۰ دقیقه |

توجه: تعداد صفحات آزمون ۲ صفحه و تعداد سؤالات ۱۸ سؤال می باشد.

| ردیف                                    | سؤال                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | نمره |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>فصل اول: آشنایی با نظریه ی اعداد</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
| ۱                                       | درستی یا نادرستی هر یک از موارد زیر را بنویسید. ( $m$ عدد طبیعی مثبت است).<br>الف: $[(3m, 6m^2), 5m] = 15m$<br>ب: $(7m, 7m + 1) = 1$<br>ج: باقی مانده ی تقسیم $1358112$ بر $9$ برابر با $5$ است.                                                                                                                                                       | ۰/۷۵ |
| ۲                                       | هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه ی مثال نقض رد کنید.<br>الف: حاصل جمع هر چهار عدد طبیعی بر $4$ بخش پذیر است.<br>ب: اگر $k$ حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.                                                                                                                                               | ۱/۲۵ |
| ۳                                       | اگر $a$ و $b$ و $c$ و $d$ اعداد صحیح باشند و $a   b$ و $c   d$ . ثابت کنید که $ac   bd$                                                                                                                                                                                                                                                                | ۱    |
| ۴                                       | فرض کنید باقی مانده ی تقسیم عدد صحیح $a$ بر $7$ برابر با $5$ باشد، باقی مانده ی تقسیم $3a - 1$ بر $7$ را تعیین کنید.                                                                                                                                                                                                                                   | ۰/۷۵ |
| ۵                                       | جواب های عمومی معادله ی سیاله ی خطی $7x + 5y = 11$ را به دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۱/۲۵ |
| <b>فصل دوم: گراف و مدل سازی</b>         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
| ۶                                       | گراف ساده ای از مرتبه ی $5$ و اندازه ی $6$ رسم کنید که دارای فقط یک دور به طول $4$ باشد، سپس آن دور را بنویسید.                                                                                                                                                                                                                                        | ۰/۵  |
| ۷                                       | الف: آیا گراف $3 -$ منتظم از مرتبه ی $7$ وجود دارد؟ چرا؟<br>ب: یک گراف همبند و یک گراف ناهمبند از مرتبه ی $6$ و اندازه ی $7$ رسم کنید.                                                                                                                                                                                                                 | ۱    |
| ۸                                       | مکمل گراف روبرو را رسم کنید.<br>                                                                                                                                                                                                                                    | ۰/۵  |
| ۹                                       | الف: برای گراف شکل مقابل، یک مجموعه ی احاطه گر $4$ عضوی بنویسید.<br>ب: یک مجموعه ی احاطه گیری می نیمم بنویسید.<br>پ: یک مجموعه ی احاطه گر مینیمال بنویسید که احاطه گر می نیمم نباشد.<br>ت: آیا این گراف می تواند یک مجموعه ی احاطه گر $2$ عضوی داشته باشد؟ چرا؟<br> | ۲/۵  |

**ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم**

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|---|-----|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰                          | یک گراف ۳ – منتظم ۸ رأسی رسم کنید که عدد احاطه گر آن کمترین مقدار ممکن باشد.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۱                          | جای خالی را کامل کنید.<br>الف : اگر $G$ یک گراف کامل از مرتبه‌ی ۵ باشد. عدد $(G)$ برابر ..... است.<br>ب : در گراف $P_7$ ، مجموعه‌ی احاطه گر می نیمم دارای ..... عضو است.<br>پ : اگر $G$ گراف یک گراف تهی از مرتبه‌ی ۴ است. عدد $(G)$ برابر ..... است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| فصل سوّم : ترکیبیات (شمارش) |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۲                          | الف : با حروف کلمه‌ی « دانشمندان » چند کلمه‌ی ۹ حرفی می توان نوشت؟<br>ب : ۴ دانش آموز کلاس سوّم و ۳ دانش آموز کلاس دوّم به چند طریق می توانند در یک ردیف بایستند به طوری که همکلاسی ها همواره کنار هم باشند.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۳                          | معادله‌ی $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و مثبت دارد به شرط اینکه $x_3 > 5$ باشد؟                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۴                          | به چند طریق می توان ۵ توپ یکسان را بین ۳ نفر و به دلخواه توزیع کرد؟                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۵                          | با توجه به مربع لاتین زیر، مقدار $t$ و $Z$ و $Y$ و $X$ را به دست آورید. <table><tr><td><math>x</math></td><td>۲</td><td><math>z</math></td></tr><tr><td>۲</td><td><math>y</math></td><td><math>t</math></td></tr><tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $x$   | ۲                                                                                                                                                                                                                   | $z$ | ۲ | $y$ | $t$ | ۱ | ۳ | ۲ |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| $x$                         | ۲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | $z$   |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۲                           | $y$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $t$   |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱                           | ۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۲     |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۶                          | آیا مربع های لاتین روبرو متعامدند؟ چرا؟ <table><tr><td><math>A =</math></td><td><table><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td></tr><tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr></table></td><td><math>B =</math></td><td><table><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table></td></tr></table> | $A =$ | <table><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td></tr><tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr></table> | ۳   | ۲ | ۱   | ۴   | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱ | ۴     | ۳                                                                                                                                                                                                                   | $B =$ | <table><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table> | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| $A =$                       | <table><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td></tr><tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۳     | ۲                                                                                                                                                                                                                   | ۱   | ۴ | ۴   | ۳   | ۲ | ۱ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱ | ۴ | ۳ | $B =$ | <table><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table> | ۱     | ۲                                                                                                                                                                                                                   | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |   |   |
| ۳                           | ۲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۱     | ۴                                                                                                                                                                                                                   |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۴                           | ۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۲     | ۱                                                                                                                                                                                                                   |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱                           | ۴                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۳     | ۲                                                                                                                                                                                                                   |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۲                           | ۱                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۴     | ۳                                                                                                                                                                                                                   |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱                           | ۲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۳     | ۴                                                                                                                                                                                                                   |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۲                           | ۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۴     | ۱                                                                                                                                                                                                                   |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۳                           | ۴                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۱     | ۲                                                                                                                                                                                                                   |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۴                           | ۱                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۲     | ۳                                                                                                                                                                                                                   |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۷                          | تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه‌ی ۴ عضوی به یک مجموعه‌ی ۶ عضوی را تعیین کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۱۸                          | حداقل چند نقطه از داخل مثلثی متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲ ، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم که دست کم ۲ نقطه از آنها فاصله شان کمتر از یک است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| ۲۰                          | جمع                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |       |                                                                                                                                                                                                                     |     |   |     |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |                                                                                                                                                                                                                     |       |                                                                                                                                                                                                                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

موفق باشید.